

Prof	Mechmeche Imed	Devoir de synthèse N°1	Matière	Maths
Lycée	Borj-cedria		Date	06/12/2010
Niveau	3 ^{ème} Maths		Durée	2 h

Exercice 1 : (6 pts)

Dans la figure ci-contre on donne la représentation graphique C_f d'une fonction f . Sachant que

$D: y = -x + 1$ est une asymptote à C_f en $+\infty$ et que la droite $y = 0$ est une asymptote à C_f en $-\infty$ et que C_f admet une asymptote verticale en 1, répondre aux questions suivantes par lecture graphique.



- Déterminer l'ensemble de définition de f
- Déterminer les limites suivantes

$$\lim_{+\infty} f ; \lim_{-\infty} f ; \lim_{1^-} f ; \lim_{1^+} f ; \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) + x) ; \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{f(x)} ; \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)}$$

- Déterminer $f'(0)$ puis donner une équation de la tangente Δ à C_f au point d'abscisse 0
- Donner une approximation affine de $f(0.01)$
- a- f est elle dérivable à gauche en -1 ? Justifier.
b- déterminer alors $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1}$
- Déterminer $f'_d(-1)$ puis donner une équation de la demi-tangente à C_f à droite en -1

Exercice 2 : (6 pts)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-\sqrt{2}}{\sqrt{x-2}} & \text{si } x > 2 \\ x + \frac{2}{x-3} & \text{si } x \leq 2 \end{cases}$

- Montrer que f est continue en 2.
- Montrer que $y = 1$ est une asymptote horizontale à C_f en $+\infty$
- Montrer que $y = x$ est une asymptote oblique à C_f en $-\infty$
- a) Etudier la dérivabilité de f à gauche en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.
b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 puis interpréter le résultat graphiquement.
- Montrer que f est dérivable en tout réel $x < 2$ puis déterminer $f'(x)$ pour $x < 2$.
- Déterminer le réel $a < 2$ tel que la tangente à C_f au point d'abscisse a soit parallèle à la droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$

Exercice 3 : (4 pts)

On donne dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) les points $A(-2; 0)$; $B(1; \sqrt{3})$

- 1) a) Déterminer les coordonnées polaires des points A et B.
b) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OA})$
- 2) a) Calculer $\cos(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$ et $\sin(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$
b) En déduire la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{AO}; \overrightarrow{AB})$
- 3) Résoudre dans $[0 ; 2\pi[$ l'équation $\cos\left(3x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\frac{5\pi}{2}$ et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique
- 4) Résoudre dans $]-\pi ; \pi]$ l'inéquation $\sin 2x < \frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 4 : (4 pts)

1. On doit répartir neuf élèves en deux groupes l'un de 5 élèves et l'autre de 4. sachant que les élèves X et Y ne doivent pas se trouver dans un même groupe. Déterminer le nombre de répartition possibles.
2. Déterminer le nombre d'anagrammes de MECHMECHE ayant les trois E consécutifs.
3. On veut répartir 4 objets dans 3 tiroirs de sorte qu'aucun tiroir ne reste vide. Déterminer le nombre de répartitions possibles.
4. On dispose de 5 couleurs pour colorier le drapeau ci-contre. Deux bandes consécutives ne pouvant avoir la même couleur. Déterminer les coloriages possibles.

